

Srednje škole - 4. grupa  
Rješenja i bodovanje

**1. zadatak (10 bodova)**

Žarišna daljina leće dana je s  $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ , gdje je  $n$  indeks loma stakla, a  $R_1$  i  $R_2$  polumjeri

zakrivljenosti granične plohe leće. Kod nas je  $R_2 = -R_1$ , pa je  $f = \frac{R}{2(n-1)}$ . **(2 boda)**

Za borosilikatnu leću je  $f_{b,crv}=9,80\text{cm}$  i  $f_{b,ljub}=9,43\text{cm}$ , dok je za flint leću  $f_{f,crv}=6,94\text{cm}$  i  $f_{f,ljub}=6,25\text{cm}$ . **(1 bod)**

Na tim mjestima će se fokusirati snop pripadne boje, a između crvene i ljubičaste krajnje točke bit će na optičkoj osi svijetla linija s kontinuiranom promjenom boje iz spektra bijele svjetlosti. **(1 bod)**

Iz  $\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'}$  slijedi  $x' = \frac{fx}{x-f}$ , a iz  $\frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x-f}$  slijedi  $y' = -\frac{fy}{x-f}$ . **(2 boda)**

Za crvenu svjetlost je  $x'=53,45\text{cm}$  i  $y'=4,45\text{mm}$ , a za ljubičastu  $x'=44,03\text{cm}$  i  $y'=3,67\text{mm}$ . **(1 bod)**

Na pari koja djelomično raspršuje svjetlost bi se vidjelo između ova dva položaja razvučenu sliku koja kontinuirano mijenja boju i s kontinuiranom promjenom veličine. **(1 bod)**

Borosilikatna leća manje rastavlja/razvlači sliku po bojama, ali mora biti deblja zbog manjeg indeksa loma. Flint leća može biti tanja zbog većeg indeksa loma, ali jače rastavlja/razvlači sliku po bojama. **(2 boda)**

**2. zadatak (10 bodova)**

Ako je udaljenost odašiljača i prijemnika  $D$ , onda zraka koja se reflektira na polovici puta na sloju ionosfere prijeđe put  $2\sqrt{H^2 + (D/2)^2}$ , gdje je  $H$  visina na kojoj je sloj. **(2 boda)**

Razlika puta s obzirom na direktnu zraku je  $\Delta = 2\sqrt{H^2 + (D/2)^2} - D$ . **(2 boda)**

Kako  $H$  raste, povećava se  $\Delta$ , i kad postane  $\Delta=\lambda/2$ , dogodi se prva destruktivna interferencija. **(2 boda)**

Slijedi  $H = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 + \lambda D}$ . **(2 boda)**

Za  $\lambda=c/v$ , gdje je  $v=8\cdot 10^5\text{Hz}$  i  $D=40000\text{m}$  dobije se  $H=1940\text{m}$  kao najniža visina sloja ionosfere za koju se pojavi destruktivna interferencija. **(2 boda)**

**3. zadatak (10 bodova)**

Za difrakciju na kružnom otvoru pojaviti će se minimum pod kutom za koji je  $n\sin\theta=1,22\lambda$ , gdje je  $n=1.336$  indeks loma sredstva,  $a$  promjer zjenice, te  $\lambda=550\text{nm}$ . **(3 boda)**

Da bi na jednom fotoreceptoru bio maksimum, a na drugom (susjednom) minimum, treba biti  $\text{tg}\theta=d/l$ , gdje je  $d=1\mu\text{m}$  udaljenost među fotoreceptorima i  $l=2\text{cm}$  udaljenost mrežnice od zjenice. **(3 boda)**

Za mali kut je  $\sin\theta = \operatorname{tg}\theta$  pa slijedi  $a = \frac{1,22\lambda l}{nd} = 1\text{cm}$ . (2 boda)

Budući da je zjenica dosta manja, difraktirani snop je jače raširen nego što je razmak među fotoreceptorima, pa njihova gustoća nije ograničavajući faktor na rezoluciju slike, već je to difrakcija. (2 boda)

#### 4. zadatak (10 bodova)

$m$  je efektivna masa elektrona,  $q$  njegov naboj, a  $Q$  naboj defekta (oba iznose  $e$ ).

Kutna količina gibanja mu je kvantizirana:  $L_n = mv_n r_n = n \frac{h}{2\pi}$ . (1 bod)

Stabilnost putanje određena mu je s:  $\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r_n^2} = m \frac{v_n^2}{r_n}$ . (1 bod)

Te dvije jednačbe daju  $r_n = \frac{\epsilon_0\epsilon_r n^2 h^2}{\pi m q Q}$  i  $v_n = \frac{qQ}{2\epsilon_0\epsilon_r n h}$ . (2 boda)

Ukupna energija elektrona je  $E_n = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r_n} = -\frac{mq^2 Q^2}{8h^2 \epsilon_0^2 \epsilon_r^2 n^2}$ . (2 boda)

Valna duljina emitiranog fotona je  $\lambda_{21} = \frac{hc}{E_2 - E_1} = 15,73\mu\text{m}$ . (1 bod)

Razlika energija  $E_2 - E_1 = \frac{3}{4} \frac{mq^2 Q^2}{8h^2 \epsilon_0^2 \epsilon_r^2}$  (1 bod)

Slijedi efektivna masa elektrona  $m = \frac{32h^3 c \epsilon_0^2 \epsilon_r^2}{3\lambda_{21} e^4} = 1,02 \cdot 10^{-30}\text{kg}$ . (2 boda)

#### 5. zadatak (10 bodova)

$E$  je ukupna energija,  $K$  kinetička energija,  $p$  količina gibanja i  $m$  masa mirovanja čestice.

Iz  $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$  i  $E = K + mc^2$  slijedi  $p = \sqrt{2Km + \frac{K^2}{c^2}}$ . (3 boda)

Za nerelativistički slučaj je  $p_n = \sqrt{2Km}$ . (1 bod)

Buga je u pravu jer je relativistička vrijednost veća. (2 boda)

Eliminacijom  $m$  dobije se  $K = c\sqrt{p^2 - p_n^2}$ , a potom  $m = \frac{p_n^2}{2K}$ . (2 boda)

Slijedi  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$  i  $K = 1,5 \cdot 10^{-10}\text{J}$ . (2 boda)