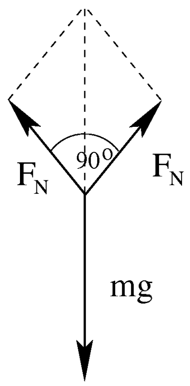
ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2009/10 – 10.3.2010.

Srednje škole – 2. grupa
Rješenja i smjernice za bodovanje

1. zadatak (11 bodova)



Slika 1

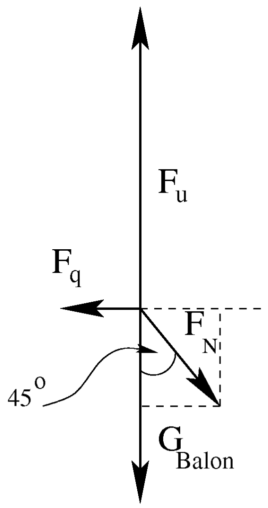
Slika 1 prikazuje sile koje djeluju na uteg: gravitacijska sila ($G_{uteg} = mg$) i dvije sile napetosti niti (F_N) **(1 bod).** Budući da uteg miruje, ukupna sila na njega je jednaka nuli, pa iznos gravitacijske sile mora biti jednak iznosu vektorskog zbroja sila napetosti:

$$mg = \sqrt{2}F_N$$

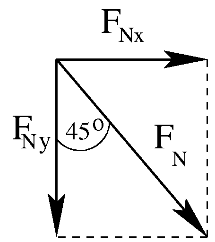
tj.

(1) $$F_N = \frac{mg\sqrt{2}}{2}$$ **(1 bod)**

Slika 2a prikazuje dijagram sila za balon napunjen helijem. Ukupna masa balona je $m_{He} + m_{Balon}$, volumen je *V* i središta balona su udaljena za *r* = *0.6* m.



Slika 2a



Slika 2b

Na svaki balon djeluju četiri sile: elektrostatska odbojna sila $F_q = k\frac{Q^2}{r^2}$, sila napetosti F_N, gravitacijska sila $G_{Balon} = (m_{He} + m_{Balon})g$ i sila uzgona $F_u = Vg\rho_{zrak}$ **(1 bod).** Silu napetosti možemo rastaviti na dvije komponente (slika 2b):

$$F_{Nx} = \frac{F_N}{\sqrt{2}} \text{ i } F_{Ny} = \frac{F_N}{\sqrt{2}}$$ **(1 bod).**

Budući da balon miruje, ukupna sila na njega je jednaka nuli pa vrijedi:

(2) $$F_q = F_{Nx}$$ **(1 bod)**

(3) $$F_u = F_{Ny} + G_{Balon}$$ **(1 bod)**

Uvrštavanjem odgovarajućih izraza za sile te izraza **(1)** u izraz **(2)** dobiva se:

$$k\frac{Q^2}{r^2} = \frac{mg\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

pa je

$$Q = \sqrt{\frac{mg}{2}\frac{r^2}{k}} = \sqrt{\frac{0.005\text{kg}\cdot 9.81\text{m/s}^2}{2}\frac{(0.6\text{m})^2}{9\cdot 10^9\,\text{Nm}^2\text{C}^{-2}}} = 0.99\mu\text{C}$$ **(2 boda)**

Masa helija se odredi pomoću relacije **(3).** Uvrštavajući u **(3)** izraz za silu napetosti **(1)** dobiva se:

$$F_u = \frac{mg\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} + (m_{He} + m_{balon})g$$

Budući da je debljina materijala od kojeg je napravljen balon zanemariva, vrijedi $V = m_{He} / \rho_{He}$, pa je

$$\frac{m_{He}}{\rho_{He}}\rho_{zrak}\, g = \frac{mg\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} + (m_{He} + m_{Balon})g$$ **(1 bod)**

i konačno

$$m_{He} = \frac{\frac{m}{2} + m_{Balon}}{\frac{\rho_{zrak}}{\rho_{He}} - 1} = \frac{0.0025\text{kg} + 0.0001\text{kg}}{\frac{1.2\text{kg/m}^3}{0.18\text{kg/m}^3} - 1} = 0.000459\text{kg} = 0.459\text{g}$$ **(2 boda)**

2. zadatak (10 bodova)

Veličine kojima opisujemo stanje plina označit ćemo indeksima 1, 2 i 3.

1 – početna situacija, klip miruje na visini h_1

2 – nakon ispuštanja plina i zatvaranja ventila, klip miruje na visini h_2

3 – nakon povećanja temperature, klip miruje na visini h_3.

Na klip djeluju tri sile: gravitacijska sila (mg) prema dole, sila kojom plin u cilindru djeluje na klip(Sp_1) prema gore i sila zbog atmosferskog tlaka (Sp_o) prema dole. Budući da klip miruje, ukupna sila na njega je nula pa vrijedi:

(*) $$Sp_o + mg = Sp_1$$ **(1 bod)**

Iz gornjeg izraza lako se dobije da je tlak plina kada je klip u ravnotežnom položaju:

$$p_1 = (Sp_o + mg)/S = 100981\text{ Pa}$$ **(1 bod)**

Početni broj molova plina računamo primjenom jednadžbe stanja idealnog plina:

$p_1V_1 = n_1RT_1$, pri čemu je $V_1 = Sh_1$ **(1 bod)**

pa se za početnu množinu tvari dobiva

$$n_1 = \frac{p_1Sh_1}{RT_1} = \frac{100981Pa\cdot 0.01m^2\cdot 1m}{8.314JK^{-1}mol^{-1}\cdot 296.15K} = 0.4101\text{ mol}$$ **(1 bod)**

U stanju 2 tlak i temperatura plina su kao i u stanju 1, ali broj molova plina u posudi se smanjio pa je i volumen manji. Tlak mora biti isti jer i dalje vrijedi ravnotežni uvjet **(*).**
Kada klip miruje na visini h_2, vrijedi:

$p_2V_2 = n_2RT_2$, pri čemu su $T_2 = T_1$, $V_2 = Sh_2$ **(1 bod)**

i $p_2 = p_1$ **(1 bod)**

pa je

$$n_2 = \frac{p_1Sh_2}{RT_1} = \frac{100981Pa \cdot 0.01m^2 0.8m}{8.314JK^{-1}mol^{-1}296.15K} = 0.3281 \text{ mol}$$ **(1 bod)**

Povećanjem temperature plina, klip se vraća na početnu visinu i tada vrijedi:

$p_3Sh_3 = n_3RT_3$, pri čemu je $n_3 = n_2$, $h_3 = h_1$, $p_3 = p_1$ **(1 bod)**

pa je

$$T_3 = \frac{p_1Sh_1}{n_2R} = \frac{100981Pa \cdot 0.01m^2 \cdot 1m}{0.3281mol \cdot 8.314JK^{-1}mol^{-1}} = 370.19 \text{ K}$$ **(1 bod)**

Dakle, temperatura plina se mora povećati za 370.19 K – 296.15 K = 97.04 K. **(1 bod)**

3. zadatak (9 bodova)

Na kockicu leda djeluju gravitacijska sila (prema dole) i dvije sile uzgona (prema gore). Ukupna sila na kockicu leda je nula. Označimo s M i V masu i volumen kockice leda i s x dio volumena kockice koji je uronjen u vodu.

$$Mg = F_u(voda) + F_u(ulje)$$ **(1 bod)**

$$Mg = xV\rho_{voda}g + (1-x)V\rho_{ulje}g$$ **(1 bod)**

Uzevši u obzir da je $M = V\rho_{led}$, dobiva se

$$x = (\rho_{led} - \rho_{ulje})/(\rho_{voda} - \rho_{ulje}) = 0.2$$ **(1 bod)**

Otapanjem leda dobiva se voda volumena

$$V_{voda} = \frac{M}{\rho_{voda}} = \frac{V_{led}\rho_{led}}{\rho_{voda}} = \frac{1dm^3 \cdot 920kg/m^3}{1000kg/m^3} = 0.92\text{dm}^3$$ **(1 bod)**

Dijelom te vode popuni se volumen koji je zauzimala kockica leda ($xV = 0.2\text{dm}^3$), a ostatak ($V_{voda} - xV = 0.72\text{dm}^3$) uzrokuje povećanje razine vode, a time i visine na kojoj je granica voda-ulje (x_1 na slici) za h **(1 bod).**

Površina dna posude je $S = 2dm^2$ i vrijedi $Sh = 0.72\text{dm}^3$, pa je $h = \frac{0.72dm^3}{2dm^2} = 0.36\text{dm}$ **(1 bod).**

Ulje mora popuniti volumen koji je zauzimala kockica leda u ulju ($(1-x)V = 0.8\text{dm}^3$), pa se zbog toga razina ulja snizi za H **(1 bod).** Vrijedi $SH = 0.8\text{dm}^3$, pa je $H = 0.4\text{dm}$ **(1 bod).**
Visina na kojoj je granica ulja i zraka (x_2 na slici) će se smanjiti za 0.4 dm-0.36 dm = 0.04 dm **(1 bod).**

4. zadatak (9 bodova)

Stanje 1: p_1, V_1, T_1

Stanje 2: p_2, $V_2 = V_1$, T_2

Stanje 3: $p_3 = p_2$, V_3, T_3

Prema jednadžbi stanja idealnog plina vrijedi:

(*) $p_i V_i = nRT_i$, $i = 1,2,3$

pa je $nT_i = \dfrac{p_i V_i}{R}$

a) U procesu $1 \to 2$ plinu se tlak izohorno smanjuje, a u $2 \to 3$ plinu se volumen izobarno povećava pa vrijedi:

(**) $\dfrac{p_1}{T_1} = \dfrac{p_2}{T_2}$ **(1 bod)** i $\dfrac{V_2}{T_2} = \dfrac{V_3}{T_3}$ **(1 bod)**

Kombiniranjem jednadžbi **(**)** dobije se da su početna i konačna temperatura jednake:

$$\frac{T_1}{T_3} = \frac{p_1 V_2}{V_3 p_2} = \frac{3 \cdot 10^5\,Pa \cdot 0.02 m^3}{0.06 m^3 \cdot 10^5\,Pa} = 1$$ **(1 bod)**

b) Iz (**) lako se vidi da se u prvom procesu temperatura plina (a time i njegova unutarnje energija) smanjuje, a u drugom se povećava. Osim toga, prvi proces ($1 \to 2$) je izohoran, pa je obavljeni rad nula što prema prvom zakonu termodinamike ($Q = \Delta U + W$) znači da je plinu potrebno oduzeti toplinu da bi mu se smanjilo unutarnju energiju. U drugom procesu ($2 \to 3$), plin obavlja rad i povećava mu se temperatura (a time i unutarnja energija), pa je plinu potrebno dati toplinu.

U procesu $1 \to 2 \to 3$ plin izmjenjuje s okolinom topline:

$Q_{1\to2} = nC_V \Delta T = C_V (nT_2 - nT_1)$ i $Q_{2\to3} = nC_p \Delta T = C_p (nT_3 - nT_2)$ **(1 bod)**

Uzimajući u obzir relaciju **(*)** lako se dobije da plin najprije predaje, a zatim prima toplinu:

$$Q_{1\to2} = \frac{C_V}{R}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{5/2R}{R}(10^5\,Pa \cdot 0.02 m^3 - 3 \cdot 10^5\,Pa \cdot 0.02 m^3) = -10000\text{J}$$ **(1 bod)**

(Da plin predaje toplinu okolini vidi se i po tome sto je $Q_{1\to2} < 0$.)

$$Q_{2\to3} = \frac{C_p}{R}(p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{7/2\text{R}}{R}(10^5\,Pa \cdot 0.06 m^3 - 10^5\,Pa \cdot 0.02 m^3) = 14000\text{J}$$ **(1 bod)**

Ukupno, u procesu $1 \to 2 \to 3$, plin primi toplinu -10000 J + 14000 J = 4000 J **(1 bod).**

Toplinu koju plin izmijeni s okolinom tijekom direktnog prijelaza iz 1 u 3 (isprekidana linija na pV grafu) dobit ćemo primjenom prvog zakona termodinamike $Q = \Delta U + W$. Budući

da su početna i konačna temperatura jednake ($T_1 = T_3$), nema promjene unutarnje energije plina, pa je toplina jednaka obavljenom radu plina tj. $Q = W$ **(1 bod).**
Rad je jednak površini ispod krivulje u pV grafu. U našem slučaju, površina trapeza ispod isprekidane linije je $\frac{(3 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} + 10^5\,\mathrm{Pa}) \cdot 0.04\mathrm{m}^3}{2} = 8000\mathrm{J}$, pa prema tome plin prima od okoline toplinu od 8000 J **(1 bod).**

5. zadatak (11 bodova)
Spajanjem kondenzatora kapaciteta C na napon U = 300 V, kondenzator se nabije i na njegovim pločama je naboj

$$Q = CU = \varepsilon_o \frac{S}{D} U \qquad \textbf{(1 bod)}$$

pri čemu je S površina svake ploče kondenzatora. Odspajanjem kondenzatora napon i naboj na kondenzatoru se ne mijenjaju. Umetanjem pločice naboj se ne mijenja, ali se mijenja kapacitet pa će se promijeniti i napon (tj. razlika potencijala među pločama).

a) Zbog djelovanja električnog polja pozitivni i negativni naboji unutar metalne pločice se razdvajaju i to tako da ukupno (vanjsko (od ploča kondenzatora) + 'unutarnje' (zbog preraspodjele naboja u metalnoj pločici)) električno polje unutar metalne pločice bude nula.
Konačno dobivamo situaciju kao na slici a) (dva serijski spojena kondenzatora) **(1 bod)**.
Ukupni kapacitet (označimo ga s C_a) je jednak serijskom spoju dva kondenzatora (C_1 i C_2) za koje vrijedi

$$C_1 = C_2 = \varepsilon_o \frac{S}{(D-d)/2} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Ukupni kapacitet serijskog spoja kondenzatora je

$$\frac{1}{C_a} = \sum_i \frac{1}{C_i},\ i = 1,2$$

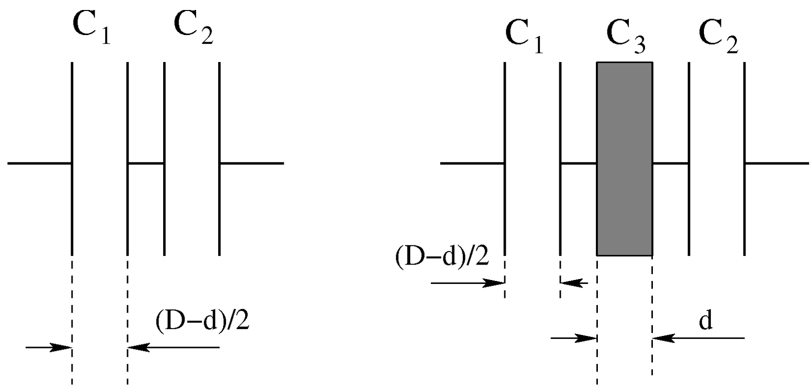
pa je

$$C_a = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \varepsilon_o \frac{S}{D-d} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Naboj na pločama kondenzatora se nije promijenio umetanjem metalne pločice, pa su ploče kondenzatora sada na naponu:

$$U_a = \frac{Q}{C_a} = U \frac{D-d}{D} = 300V \frac{5mm - 2mm}{5mm} = 180\mathrm{V} \qquad \textbf{(1 bod)}$$

Dakle, razlika potencijala među pločama je manja za $U - U_a = 120\mathrm{V}$ **(1 bod)**



a) b)

b) Zbog djelovanja električnog polja dolazi do preraspodjele naboja unutar dielektrika, no za razliku od prethodnog slučaja, konačno polje u dielektriku nije jednako nuli. Konačno dobivamo situaciju kao na slici b) (tri serijski spojena kondenzatora) **(1 bod)**. Ukupni kapacitet (C_b) je jednak serijskom spoju tri kondenzatora (C_1, C_2 i C_3) za koje vrijedi

$$C_1 = C_2 = \varepsilon_o \frac{S}{(D-d)/2} \text{ i } C_3 = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{S}{d}$$ **(1 bod)**

Kapacitet serijskog spoja tri kondenzatora je:

$$C_b = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3} = \varepsilon_o S \frac{\varepsilon_r}{d + \varepsilon_r (D-d)}$$ **(1 bod)**

Naboj na pločama kondenzatora se nije promijenio umetanjem pločice, pa su ploče kondenzatora na naponu:

$$U_b = \frac{Q}{C_b} =$$

$$= \frac{\varepsilon_o \frac{S}{D} U}{\varepsilon_o S \frac{\varepsilon_r}{d + \varepsilon_r (D-d)}} = U \frac{d + \varepsilon_r (D-d)}{\varepsilon_r D} = 300\text{V} \frac{2 + 2(5-2)}{2 \cdot 5} = 240\text{V}$$ **(1 bod)**

Dakle, razlika potencijala među pločama se smanjila za $U - U_b = 60\text{V}$ **(1 bod)**